p.353 n° 41

1. Les événements F, A, C et I sont deux à deux incompatibles et leur réunion est l'univers tout entier, ce qui entraîne :

$$P(F) + P(A) + P(C) + p(I) = 1$$

Les données du texte permettent de calculer chaque probabilité en fonction de $P(F) = x$:

$$P(A) = x \qquad P(C) = 2x \qquad \text{et} \qquad P(I) = 2x$$

On en déduit : $6x = 1 \iff x = \dfrac{1}{6}$. D'où finalement :

$$P(F) = P(A) = \frac{1}{6} \qquad \text{et} \qquad P(C) = P(I) = \frac{1}{3}$$

2. a) Par définition $P(S \cap A) = P(A)\,P_A(S) = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{12}$

b) L'événement S est la réunion disjointe de ses intersections avec F, A, C et I :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(S \cap F) + P(S \cap A) + P(S \cap C) + P(S \cap I) \\ &= P(F)\,P_F(S) + P(A)\,P_A(S) + P(C)\,P_C(S) + P(I)\,P_I(S)) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} \\ &= \boxed{\frac{17}{60}} \end{aligned}$$

c) De nouveau par définition : $P_S(C) = \dfrac{P(S \cap C)}{P(S)} = \boxed{\dfrac{2}{17}}$

p.353 n° 42

1. Si le nombre d'essais est grand, la fréquence est approximativement la probabilité de l'événement :

G : « *la partie est gagnée* »

Notons A et B les événements suivants :

A : « `U` *prend la valeur 1* »

B : « `U` *prend la valeur 2* »

L'énoncé nous donne : $P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$, $P_A(G) = \dfrac{1}{5}$ et $P_B(G) = \dfrac{1}{3}$. Par application de la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G) &= P(A \cap G) + P(B \cap G) \\ &= P(A)\,P_A(G) + P(B)\,P_B(G) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \\ &= \boxed{\frac{4}{15}} \end{aligned}$$

La fréquence des parties gagnée vaudra donc approximativement $0,267$.

2. L'algorithme est modifié de la façon suivante :

- on introduit les variables suivantes : `N` , `G` , `F` et `I`

N est le nombre de parties (choisi par l'utilisateur)
G est le nombre de parties gagnées
F est la fréquence des parties gagnées
I est un compteur utilisé dans une boucle POUR

- les blocs SINON de l'algorithme initial sont supprimés
- dans les blocs SI, on incrémente G au lieu d'afficher "Gagné"
- l'algorithme ainsi modifié est placé dans une boucle POUR
- on fait précéder cette boucle par une instruction d'entrée où l'utilisateur indiquera la valeur de N

Voir le le fichier joint pour le résultat.

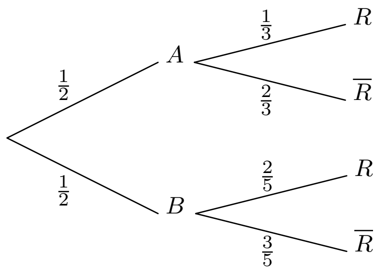
3. Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs numériques

N	10 000	100 000	500 000
F	0,2632	0,2657	0,2668

4. Une description possible du jeu :
On dispose de deux urnes notées A et B.
L'urne A contient 1 boule noire et 4 boules blanches
L'urne B contient 1 boule noire et 2 boules blanches
On lance une pièce de monnaie bien équilibrée :
- si on obtient Pile, on tire une boule de l'urne A
- sinon on tire une boule de l'urne B
La partie est gagée lorsqu'on a obtenu une boule noire.

p.354 n° 47

1. Construction d'un arbre pondéré.



2. Le texte donne $P_A(R) = \dfrac{1}{3}$ et $P_B(R) = \dfrac{2}{5}$

3. Le résultat est obtenu avec la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A)\, P_A(R) + P(B)\, P_B(R) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \\ &= \boxed{\frac{11}{30}} \end{aligned}$$

4. Par définition : $P_R(B) = \dfrac{P(B \cap R)}{P(R)} = \boxed{\dfrac{6}{11}}$