p.404 n° 94

1. On répète la même expérience (tirage d'une balle au hasard), les résultats étant indépendants. La variable aléatoire X qui dénombre les balles non conformes suit la loi binômiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0,03$.

2. $P(X = 4) = \binom{300}{4} 0,03^4\, 0,97^{296} \approx \boxed{0{,}0325}$

$P(X \leq 4) = \displaystyle\sum_{k=0}^{4} \binom{300}{k} 0,04^k\, 0,96^{300-k} \approx \boxed{0{,}0524}$

3. $E(X) = 300 \times 0,03 = \boxed{9}$ et $\sigma(X) = \sqrt{300 \times 0,03 \times 0,97} \approx \boxed{2{,}955}$

4. On peut appliquer Moivre-Laplace car

$$n = 300 \geq 30\ ,\ np = 9 \geq 5 \text{ et } n(1-p) = 291 \geq 5$$

5. Soit $Z = \dfrac{X - 9}{2,95}$. Cette variable aléatoire suit la loi normale centrée réduite .

$P(X \leq 12) = P(Z \leq 1) \approx \boxed{0{,}84}$

$P(6 \leq X \leq 12) = P(-1 \leq Z \leq 1) \approx \boxed{0{,}68}$

On peut remarquer que la densité de la loi normale est paire, ce qui implique :

$$1 - P(-1 \leq Z \leq 1) = 2\,[1 - P(Z \leq 1)]$$

$$\iff P(-1 \leq Z \leq 1) = 2\,P(Z \leq 1) - 1$$

On peut directement calculer l'un de ces deux nombres dès que l' on connaît l'autre.

p.410 n° 118

1. Si p désigne la fréquence des pièces sans défaut qui ont été livrées, elle peut être estimée par la fréquence f des pièces sans défaut qui sont dans l'échantillon des 100 pièces prélevées, donc par $0,96$

2. Si n est suffisamment grand, les conditions d'application de Moivre-Laplace sont réunies.

Un intervalle de confiance au niveau 0,95 est alors

$$\left[0,96 - \frac{1}{\sqrt{100}}\ ; 0,96 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right]$$

Il y a donc plus de 95 chances sur 100 que la proportion de pièces sans défaut soit supérieure à 0,86 .

p.411 n° 124

On note

T : « *le tissu présente un défault* »

C : « *il y a un défault de confection* »

1. Les deux événements sont indépendants :

$$P(T \cap C) = P(T)\,P(C) = 0,02 \times 0,05 = \boxed{0{,}001}$$

2. On calcule $P(T \cup C) = 0,02 + 0,05 - 0,001 = 0,069$

On en déduit $P(\overline{T} \cap \overline{C}) = 1 - P(T \cup C) = \boxed{0{,}931}$

3. X suit une loi binômiale de paramètres $n = 1000$ et $p = 0,931$

Son espérance est $\mu = np = 931$

et son écart-type est $\sigma = \sqrt{np(1-p)} \approx 8$

4. On peut appliquer Moivre-Laplace car
$$n = 1000 \geq 5,\ np = 931 \geq 5 \text{ et } n(1-p) = 69 \geq 5$$
Par conséquent $Z = \dfrac{X - 931}{8}$ suit la loi normale centrée réduite.

5. $P(927 \leq X \leq 935) = P(-0,5 \leq Z \leq 0,5)$.
On obtient 0,38 avec la calculatrice .

$\boxed{\texttt{TI}}$ `DISTR normafcdf(-.5 , .5)`

$\boxed{\texttt{CASIO}}$ `STAT DIST NORM Ncd Lower:-.5 Upper:.5` σ`:1` μ`:0`

6. On remarque que $X \leq x \iff \dfrac{X - 931}{8} \leq \dfrac{x - 931}{8}$.
En posant $z = \dfrac{x - 931}{8}$, on peut déterminer avec la calculatrice la valeur de z telle que $P(Z \leq z) = 0,95$.

$\boxed{\texttt{TI}}$ `DISTR invNorm(.95)`

$\boxed{\texttt{CASIO}}$ `STAT DIST NORM InvN Area:.95` σ`:1` μ`:0`

On trouve $z \approx 1.65$ et donc $x = 8z + 931 \approx 944$