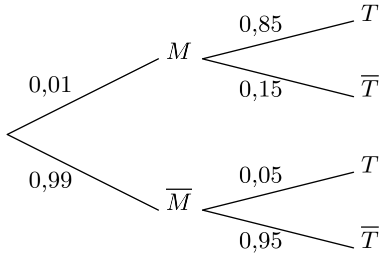
p.362 n° 102

1. Représentation de la situation par un arbre pondéré.



2. a) Il s'agit de calculer $P(M \cap T) = P(M)\, P_M(T) = 0,01 \times 0,85 = \boxed{0,0085}$

b) On applique la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) \\ &= P(M)\, P_M(T) + P(\overline{M})\, P_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,01 \times 0,85 + 0,99 \times 0,05 \\ &= \boxed{0,058} \end{aligned}$$

3. On demande $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0,0085}{0,058} \approx \boxed{0,1466}$

4. a) On reconnaît le schéma de Bernoulli : épreuve répétée et résultats indépendants. Si on appelle *succès* le fait de choisir un animal qui a un test positif, le nombre de succès suit une loi binomiale de paramètres 5 et 0,058.

b) On demande $P(X \geq 1)$. Il est plus simple de calculer la probabilité de l'événement contraire :

$$P(X = 0) = 0,942^5 \Longrightarrow P(X \geq 1) = 1 - 0,942^5 \approx \boxed{0,2582}$$

5. a) Calcul de l'espérance de la variable aléatoire Y qui est égale au coût à engager pour traiter un animal du troupeau :

$$E(Y) = 0 \times 0,940\,5 + 100 \times 0,058 + 1000 \times 0,001\,5 = 7,3$$

b) Pour un troupeau de 200 bêtes, la somme à engager est environ $200 \times 7,3 = \boxed{1460\text{ €}}$