

Problème du Duc de Toscane

On lance trois dés bien équilibrés.

Est-il plus probable que la somme des chiffres obtenus soit égale à 9 ou à 10 ?

Questions

1. Montrer qu'il y a autant de façons de décomposer 9 ou 10 en une somme de trois entiers compris entre 1 et 6, ces entiers étant pris dans un ordre quelconque.

2. L'algorithme suivant simule l'expérience consistant à lancer trois dés et à calculer leur somme.

```

i , n , x , y , z , s , f et g sont des nombres
n prend la valeur 1000
POUR i allant de 1 à n
  x prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  y prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  z prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  s prend la valeur x + y + z
  SI s = .....ALORS .....
FIN de POUR
f prend la valeur g / n
afficher .....
```

Compléter l'algorithme de façon qu'on obtienne une approximation de la probabilité de l'événement « *la somme est égale à 9* »

3. Comparer le résultat précédent avec la probabilité de l'événement « *la somme est égale à 10* »

4. Est-il plus probable d'obtenir une somme égale à 9 ou à 10 ? Justifier votre réponse.

1. Décompositions de 9 en une somme de trois entiers compris entre 1 et 6 :

1 + 2 + 6
 1 + 3 + 5
 1 + 4 + 4
 2 + 2 + 5
 2 + 3 + 4
 3 + 3 + 3

Décompositions de 10 en une somme de trois entiers compris entre 1 et 6 :

1 + 3 + 6
 1 + 4 + 5
 2 + 2 + 6
 2 + 3 + 5
 2 + 4 + 4
 3 + 3 + 4

2. Approximation de la probabilité de l'événement « *la somme est égale à 9* » .

```
i , n , x , y , z , s , f et g sont des nombres
n prend la valeur 1000
POUR i allant de 1 à n
  x prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  y prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  z prend la valeur 1 + floor(6 * random ())
  s prend la valeur x + y + z
  SI s = 9 ALORS g prend la valeur g + 1
FIN de POUR
f prend la valeur g / n
afficher f
```

Résultats numériques.

n	10	100	1000	10 000
g / n	0,1	0,2	0,122	0,1176

3. Probabilité de l'événement « *la somme est égale à 10* »

n	10	100	1000	10 000
g / n	0,2	0,08	0,134	0,118

4. Est-il plus probable d'obtenir une somme égale à 9 ou à 10 ? Difficile de conclure avec les données expérimentales.

Il y a $6^3 = 216$ issues toutes équiprobables.

Une décomposition en trois entiers distincts est réalisée par 6 triplets.

Si une décomposition comprend deux fois le même nombre, elle n'est plus réalisée que par 3 triplets.

Enfin, si une décomposition comprend trois fois le même nombre, elle est réalisée par un seul triplet.

La somme 9 est donc réalisée par $3 \times 6 + 2 \times 3 + 1 \times 1 = 25$ triplets .

Alors que la somme 10 est réalisée par $3 \times 6 + 3 \times 3 = 27$ triplets.

Il est donc plus probable que la somme soit 10.