

Somme des termes d'une suite

Le Lièvre est à la poursuite de la Tortue.



La tortue a encore 5 m d'avance mais elle s'est endormie.

Voyant cela, le lièvre ralentit son allure. La première seconde, il fait un bond de 1m, la seconde suivante il fait un bond de 0,50 m et ainsi de suite : chaque seconde, il fait un bond moitié moindre que le bond précédent.

Au bout de combien de secondes le lièvre aura-t-il rattrapé la tortue ?

Mise en forme du problème.

On note u_n la distance en mètres que le lièvre a parcouru au bout de n secondes.

Puisque la première seconde le lièvre bondit de 1m, on aura : $u_1 = 1$

Sachant que la seconde suivante, il fait un bond de 0,50m, on aura : $u_2 = 1 + 0,50 = 1,50$

Et en général, on pose $u_n = 1 + 0,50 + 0,25 + \text{etc} \dots$ (la somme comprenant n termes)

L'algorithme suivant permet de calculer la distance parcourue au bout de n secondes.

VARIABLES

i et b sont des nombres

n et u sont des nombres

DÉBUT

u prend la valeur 0

b prend la valeur 1

n prend la valeur

POUR i allant de 1 à n

 u prend la valeur

 b prend la valeur

FIN de la boucle POUR

afficher u

FIN**Questions**

1. Compléter le pseudocode de façon que l'algorithme affiche la distance parcourue au bout de 5 secondes en tenant compte des informations suivantes :

★ n est le nombre de secondes au bout desquelles on calcule la distance parcourue

★ i est un compteur

★ u est la distance parcourue au bout de n secondes

★ b est le bond fait par le lièvre : il est donc divisé par 2 chaque seconde

2. Taper et tester l'algorithme avec Algobox.

3. Modifier l'algorithme de façon que l'utilisateur puisse rentrer le nombre de secondes au bout desquelles il veut connaître la distance parcourue par le lièvre.

4. Proposer une réponse à la question initiale en testant plusieurs valeurs de n

5. Démontrer la conjecture précédente

(on pourra utiliser le résultat du cours sur la somme des termes d'une suite géométrique pour obtenir un majorant de u_n et comparer ce nombre avec 5)