Algorithmique n° 2 **Suites**

Suite convergente

On étudie la suite définie pour tout $n \geq 0$ par

$$\boxed{u_0 = 28 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = \frac{3 - u_n}{5}}$$

Il s'agit d'examiner son comportement lorsque n devient grand et plus précisément d'illustrer la définition suivante du cours :

> *on dit que la suite (u_n) tend vers le réel ℓ lorsque tout intervalle ouvert contenant ℓ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang*

Dans ce but on considère l'algorithme décrit par le pseudocode suivant ;

```
VARIABLES
   n, u sont des nombres
   N est un nombre
DÉBUT
   u prend la valeur 28
   N prend la valeur ......
   POUR n allant de 1 à N
      u prend la valeur ...............
      afficher u
   FIN de la boucle POUR
FIN
```

Questions

1. Compléter le pseudocode de façon que l'algorithme affiche les 15 premiers termes de la suite.

2. Taper et tester l'algorithme avec Algobox.
Quelle conjecture peut-on faire à propos de la limite éventuelle de la suite ?

3. On veut maintenant adapter l'algorithme de façon à afficher le premier entier n tel que u_n soit dans l'intervalle $]0,4\,;0,6[$: on doit remplacer la boucle POUR par une boucle TANT_QUE .

- **a)** La condition « *u est dans l'intervalle* $]0,4\,;0,6[$ » se traduit par : `0.4 < u ET u < 0,6`
Quel est son contraire logique ?
- **b)** Modifier l'algorithme précédent en utilisant une boucle TANT_QUE
- **c)** Taper et tester l'algorithme modidié.

4. Déterminer le premier rang n_0 pour lequel $u_n \in]0,49\,;0,51[$
Démontrer ensuite que si $u_n \in]0,49\,;0,51[$, alors $u_{n+1} \in]0,49\,;0,51[$
Quel résultat obtient-on pour la suite (u_n) ?

5. Le résultat précédent est admis dans le cas général : tout intervalle ouvert contenant 0,5 va contenir tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.
