Limite infinie d'une suite

On étudie la suite définie pour tout $n \geq 0$ par

$$\boxed{u_n = \frac{n}{2} + (-1)^n}$$

Il s'agit d'examiner son comportement lorsque n devient grand et plus précisément d'illustrer la définition suivante du cours :

on dit que la suite (u_n) tend vers $+\infty$ lorsque pour tout réel K il existe un rang n à partir duquel les termes de la suite sont supérieurs ou égaux à K

Dans ce but on considère l'algorithme décrit par le pseudocode suivant ;

```
VARIABLES
   n, u, p sont des nombres
   N est un nombre
DÉBUT
   p prend la valeur 1
   N prend la valeur 9
   POUR n allant de 0 à N
      u prend la valeur n/2 + p
      afficher u
      p prend la valeur -1 * p
   FIN de la boucle POUR
FIN
```

Questions

1. Faire fonctionner l'algorithme sur une feuille de papier de façon à obtenir les 10 premiers termes de la suite (u_n) . Pour cela on peut reproduire et compléter le tableau suivant :

n		0	1	2	etc...	9
u	_					
p	1					
N	9					

2. Taper et tester l'algorithme avec Algobox : vérifier que les valeurs affichées sont les mêmes que celles qui sont dans le tableau de la question précédente.
Quelle modification faut-il apporter pour afficher les 20 premiers termes de la suite ?

3. On veut maintenant adapter l'algorithme de façon à afficher le premier entier n tel que $u_n \geq 500$

a) Pourquoi une boucle POUR n'est pas adaptée à ce genre de question ?

b) Modifier l'algorithme précédent en remplaçant la boucle POUR par une boucle TANT_QUE
- la condition devra être : `u < 500`
- la variable N n'a plus aucune utilité

c) Taper et tester l'algorithme modidié.

4. Démontrer que pour tout $n \geq 1002$ on a bien $u_n \geq 500$
(le résultat est admis pour un réel K quelconque)